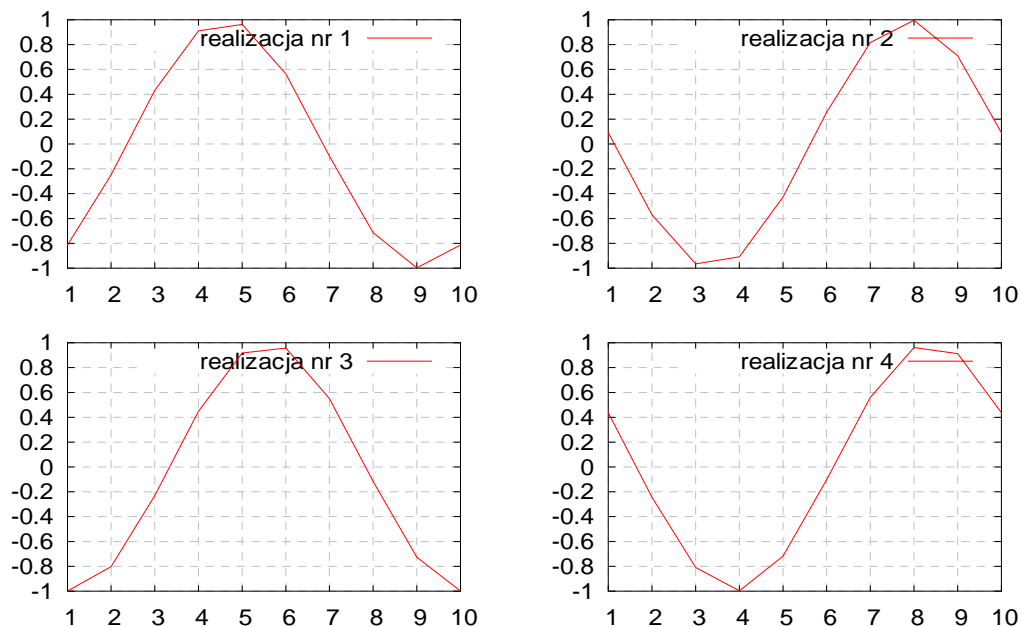


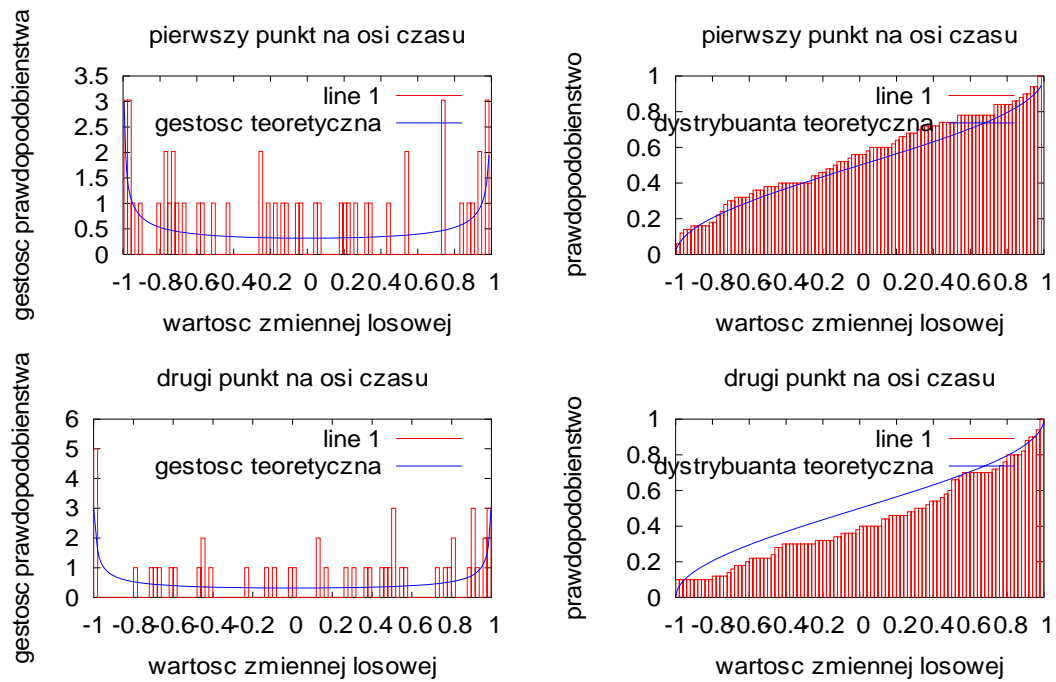
Dystrybuanta i gęstość prawdopodobieństwa sygnałów losowych

1. Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta

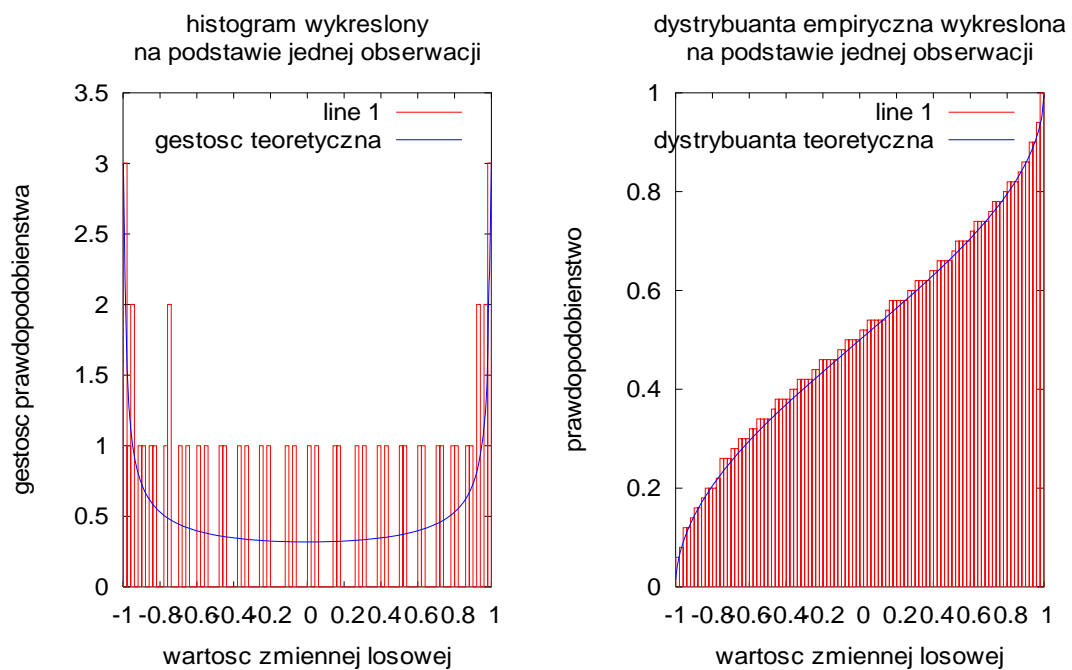
Po wnikliwej analizie skryptu `histogramy1.m` dokonano obserwacji dystrybuanty oraz funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla sinusoidy z losową fazą. Obserwacje przeprowadzono na podstawie jednej realizacji jak i na podstawie kilku. Dokonując odpowiednich modyfikacji obserwowano rozbieżności między idealną dystrybuantą i funkcją gęstości prawdopodobieństwa a wykreślonymi na podstawie obserwacji.



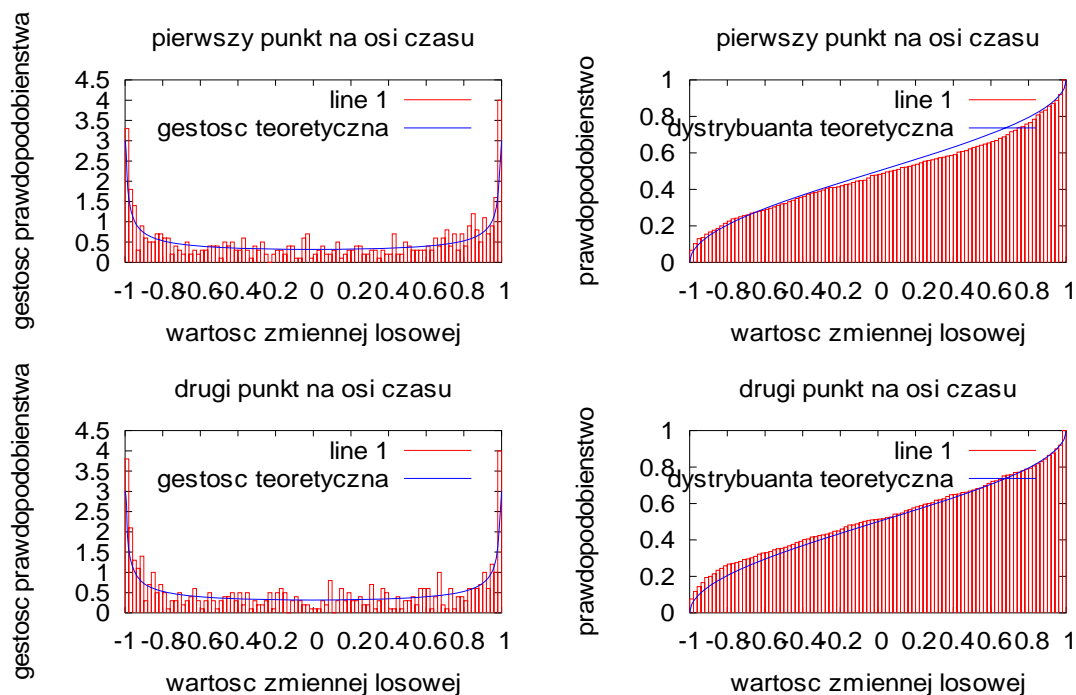
Rys. 1 Różne realizacje sinusoidy z losową fazą



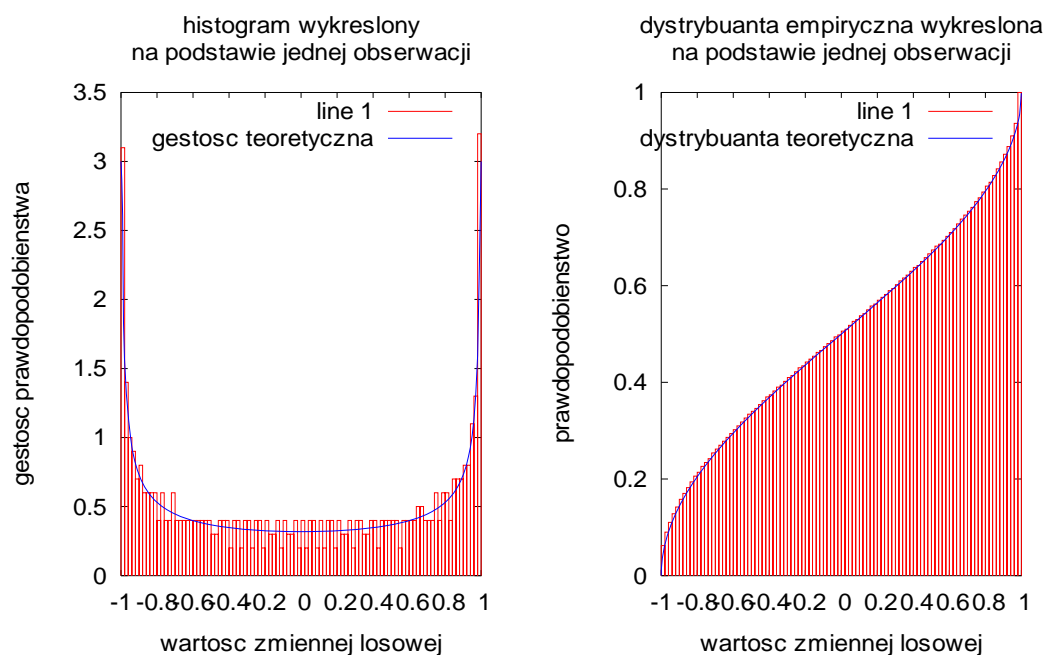
Rys. 2 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla wielu obserwacji i niewielkiej liczby przedziałów



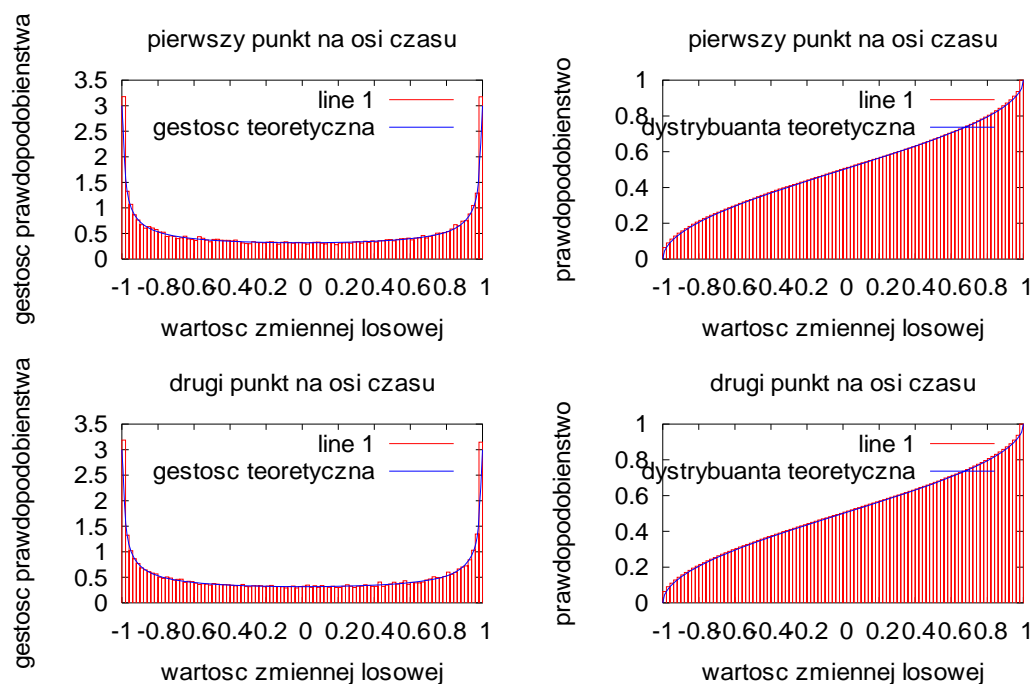
Rys. 3 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla jednej obserwacji i niewielkiej liczby przedziałów



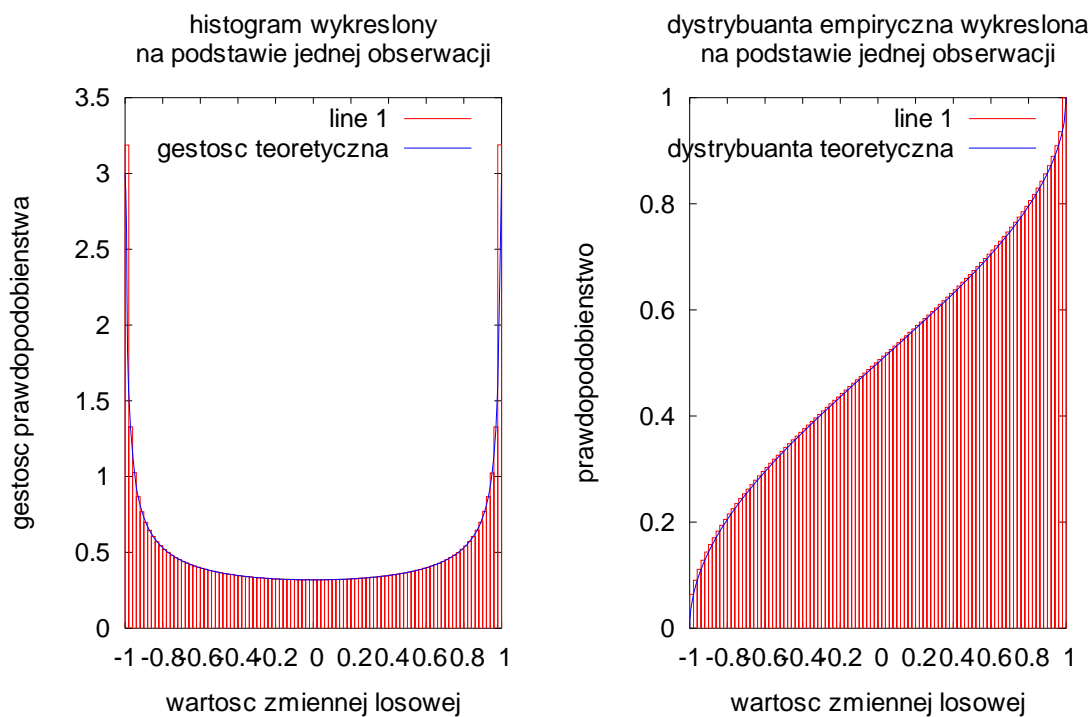
Rys. 4 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla wielu obserwacji i średniej liczby przedziałów



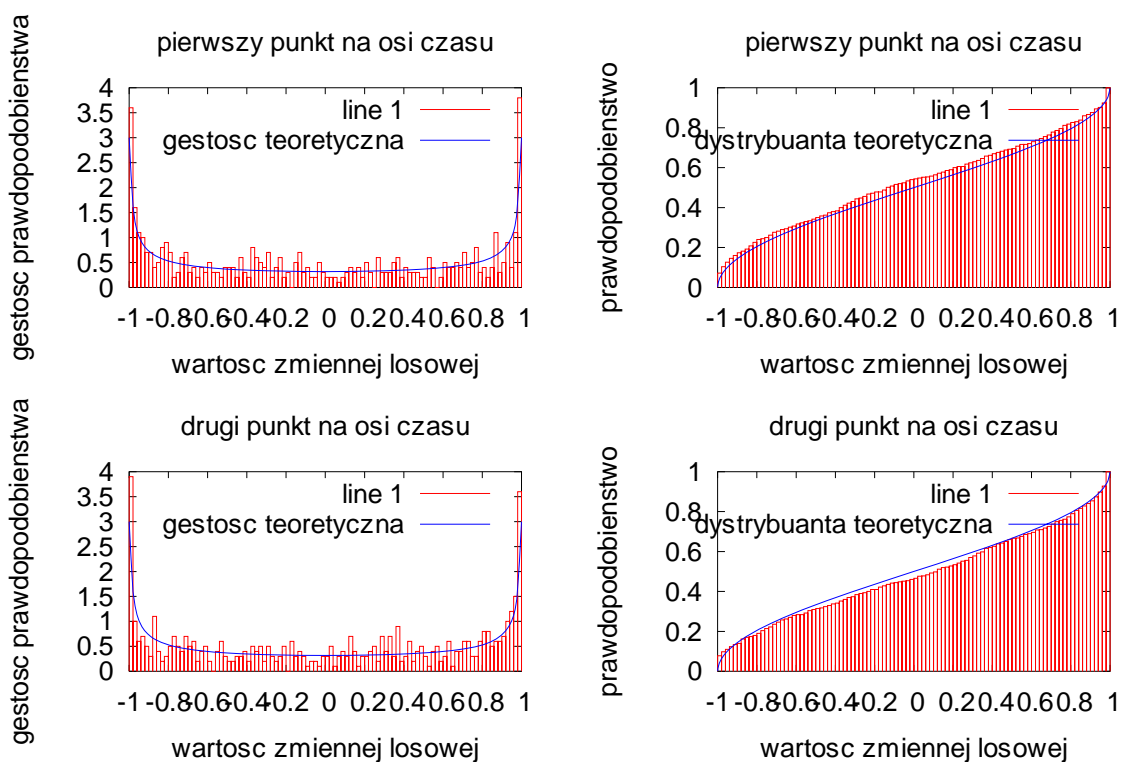
Rys. 5 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla jednej obserwacji i średniej liczby przedziałów



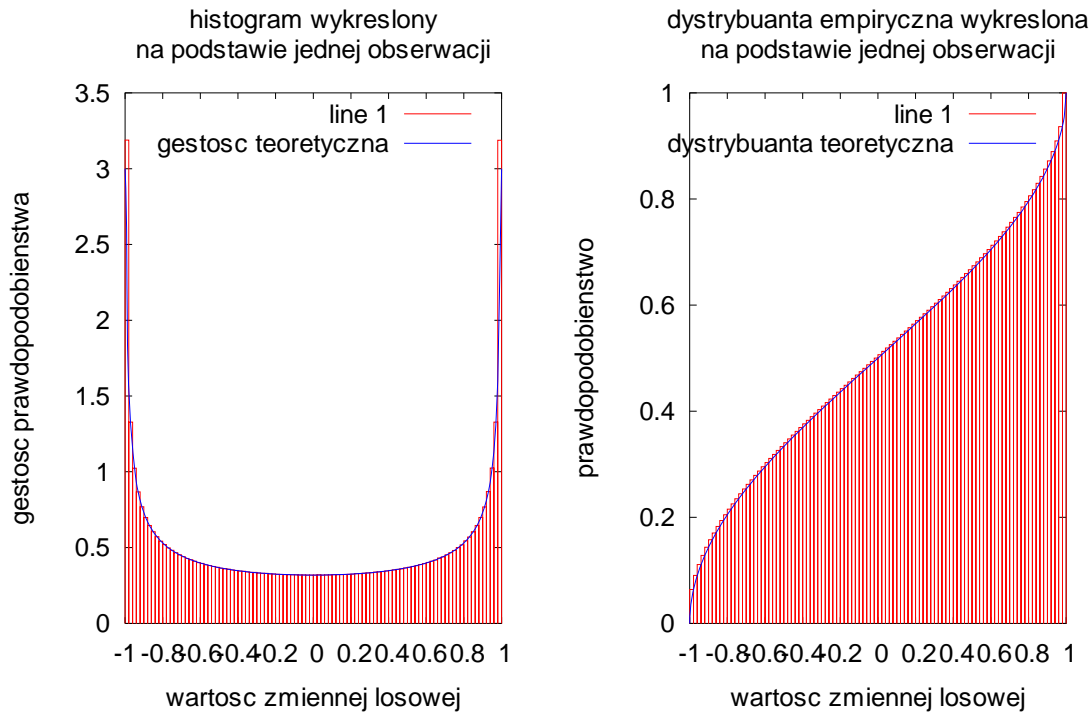
Rys. 6 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla wielu obserwacji i dużej liczby przedziałów



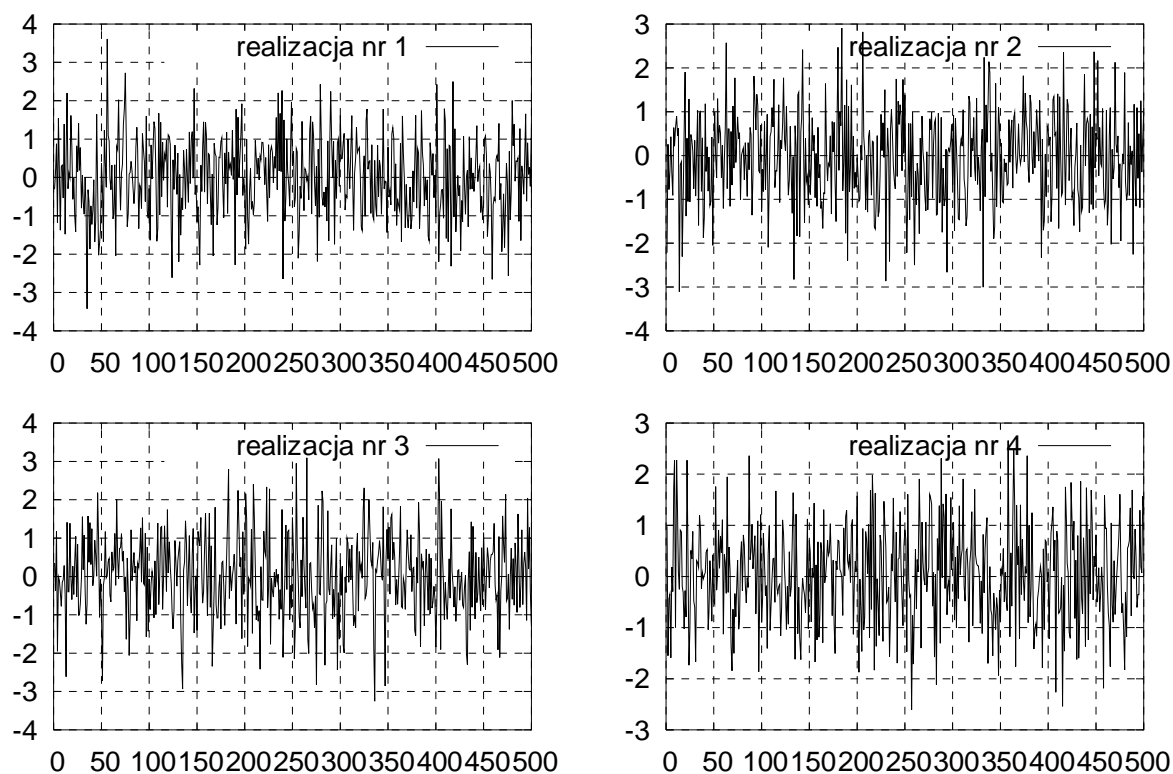
Rys. 7 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla jednej obserwacji i dużej liczby przedziałów



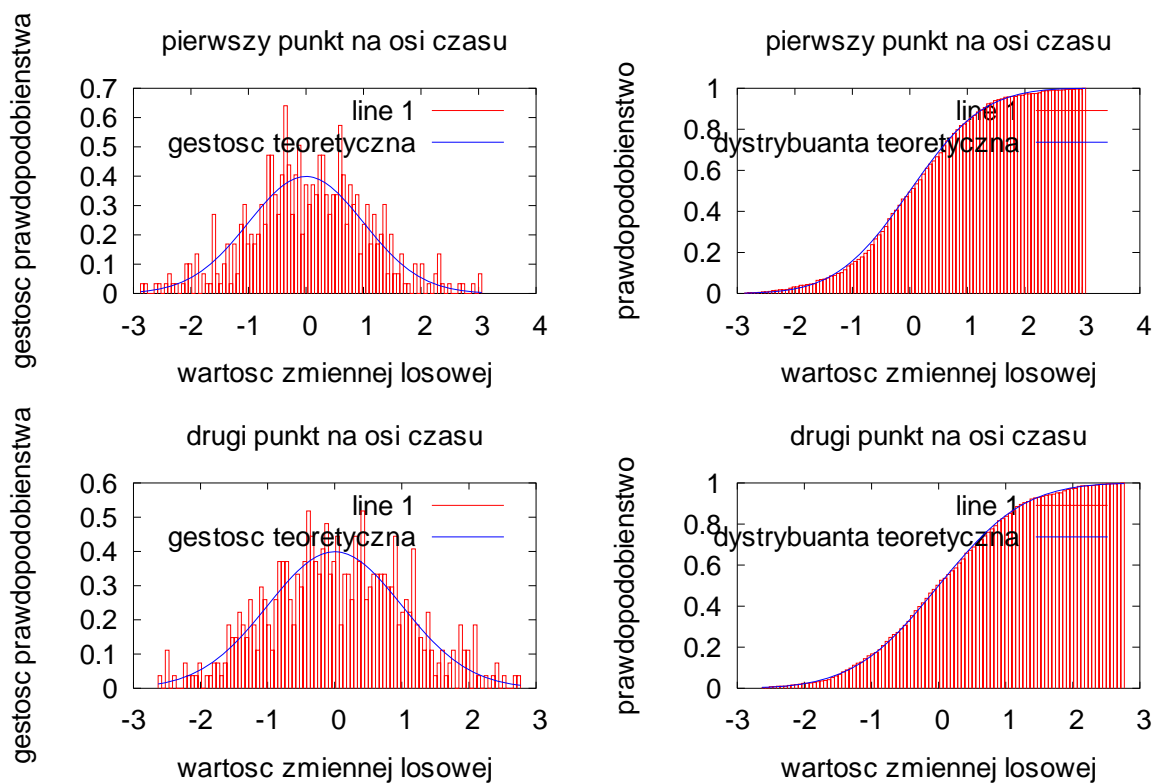
Rys. 8 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla wielu obserwacji i dla dużego okresu obserwacji



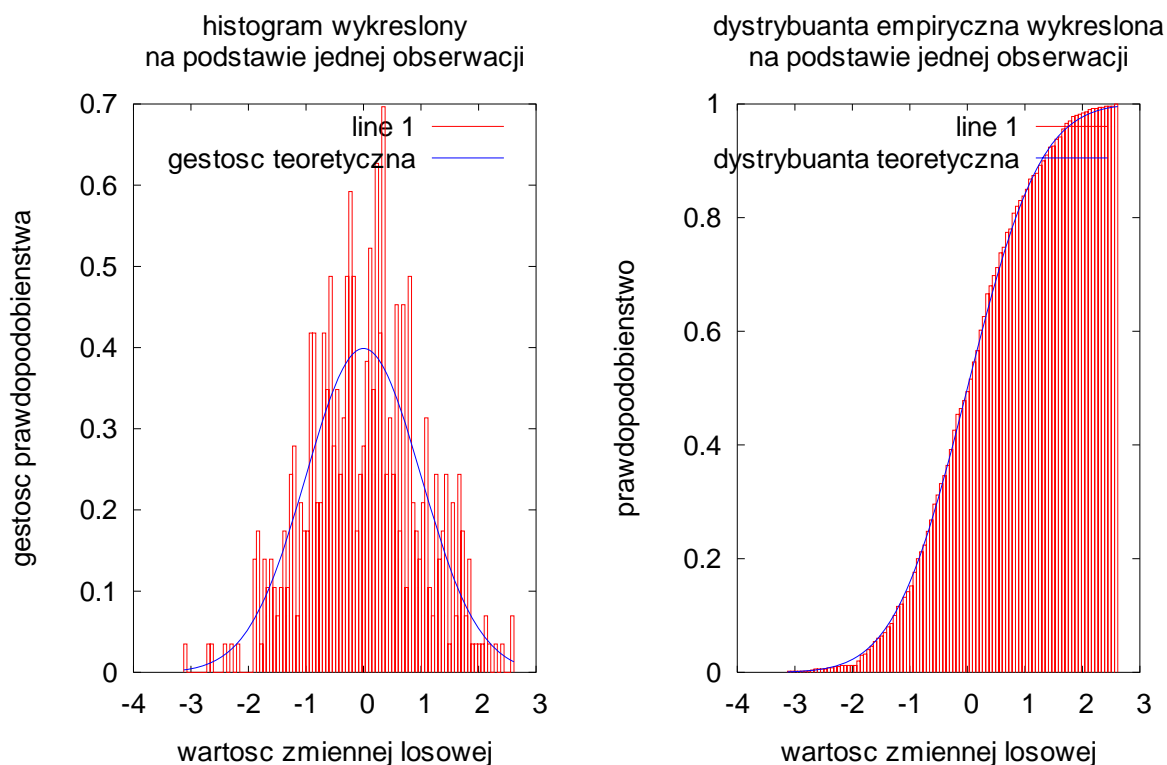
Rys. 9 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla jednej obserwacji i dużego okresu obserwacji



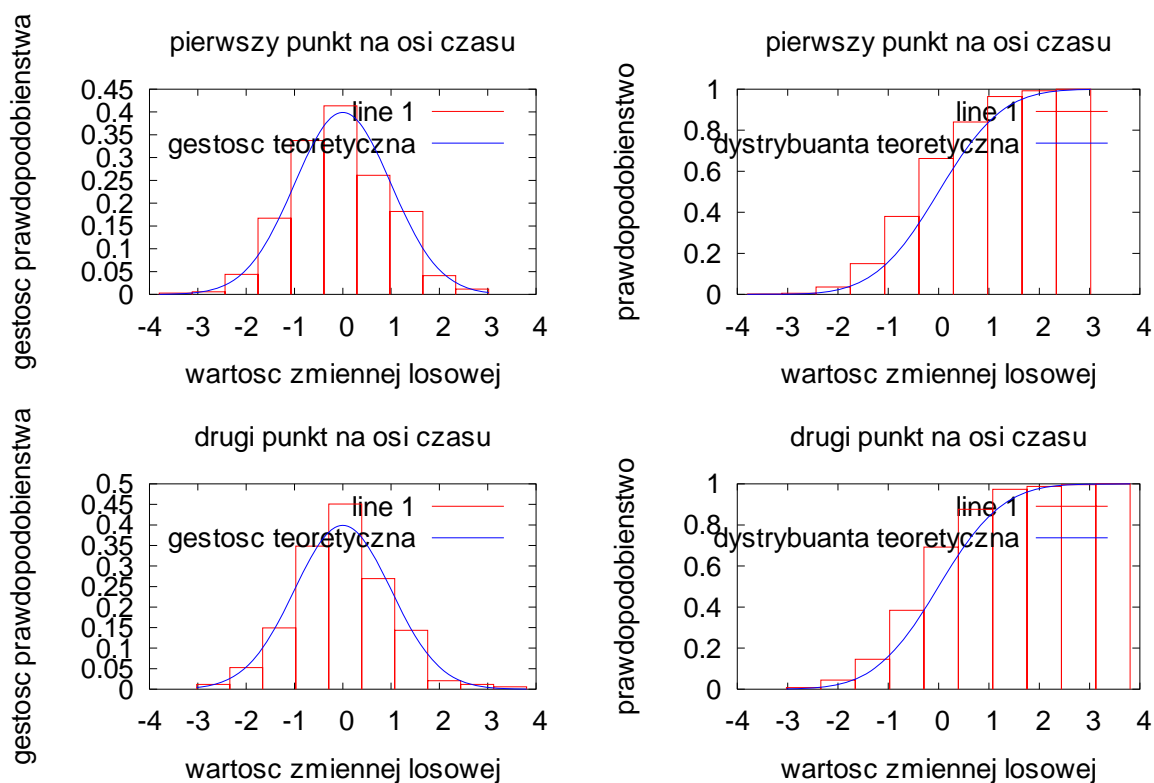
Rys. 10 Obserwacja różnych realizacji szumu o rozkładzie gaussowskim



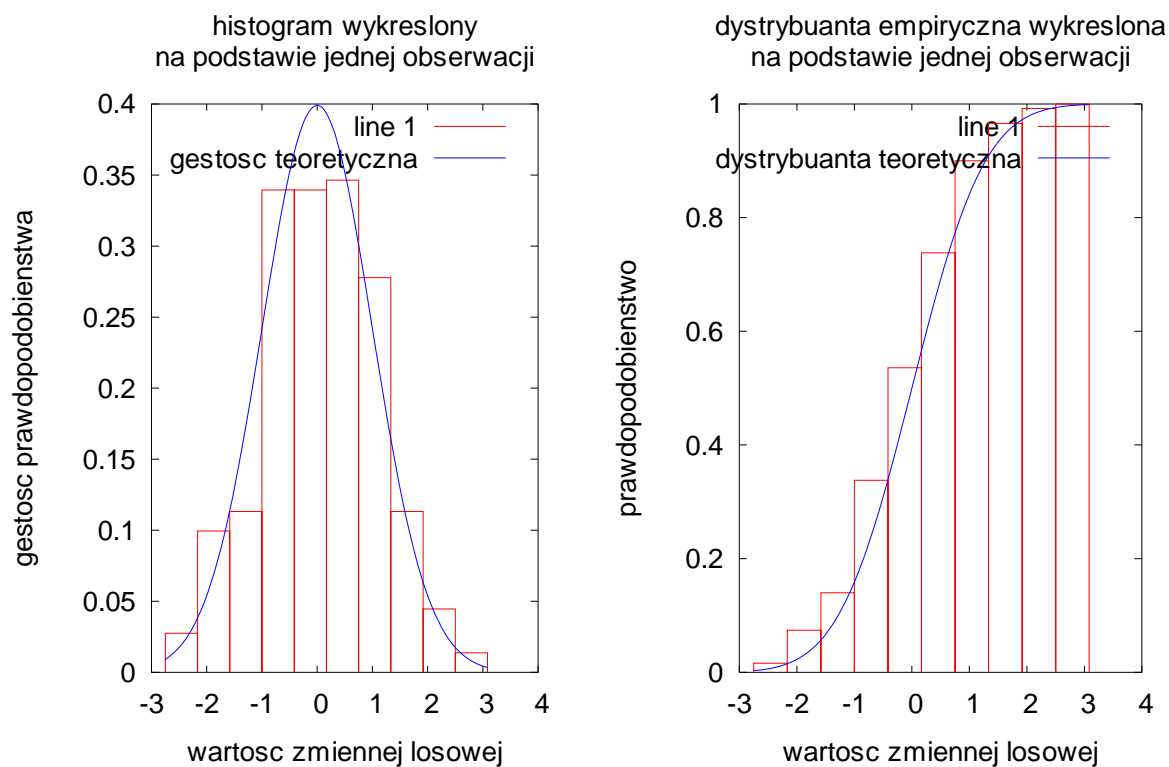
Rys. 11 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla szumu gaussowskiego i wielu realizacji



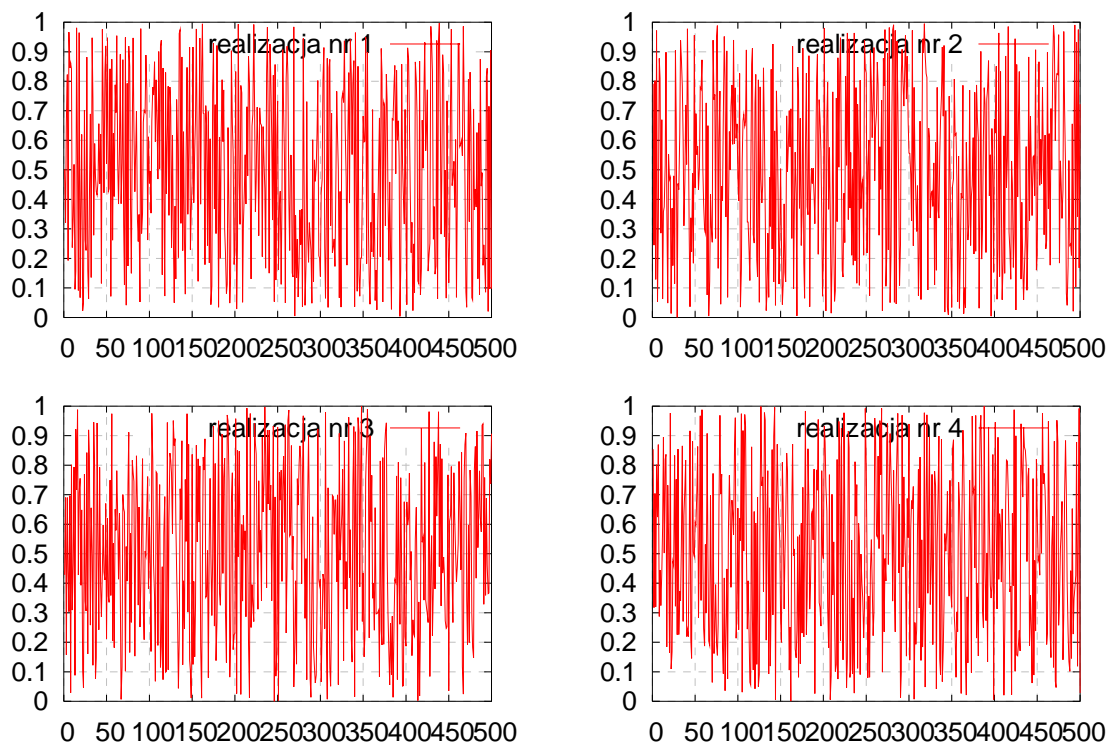
Rys. 12 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla szumu gaussowskiego i jednej realizacji



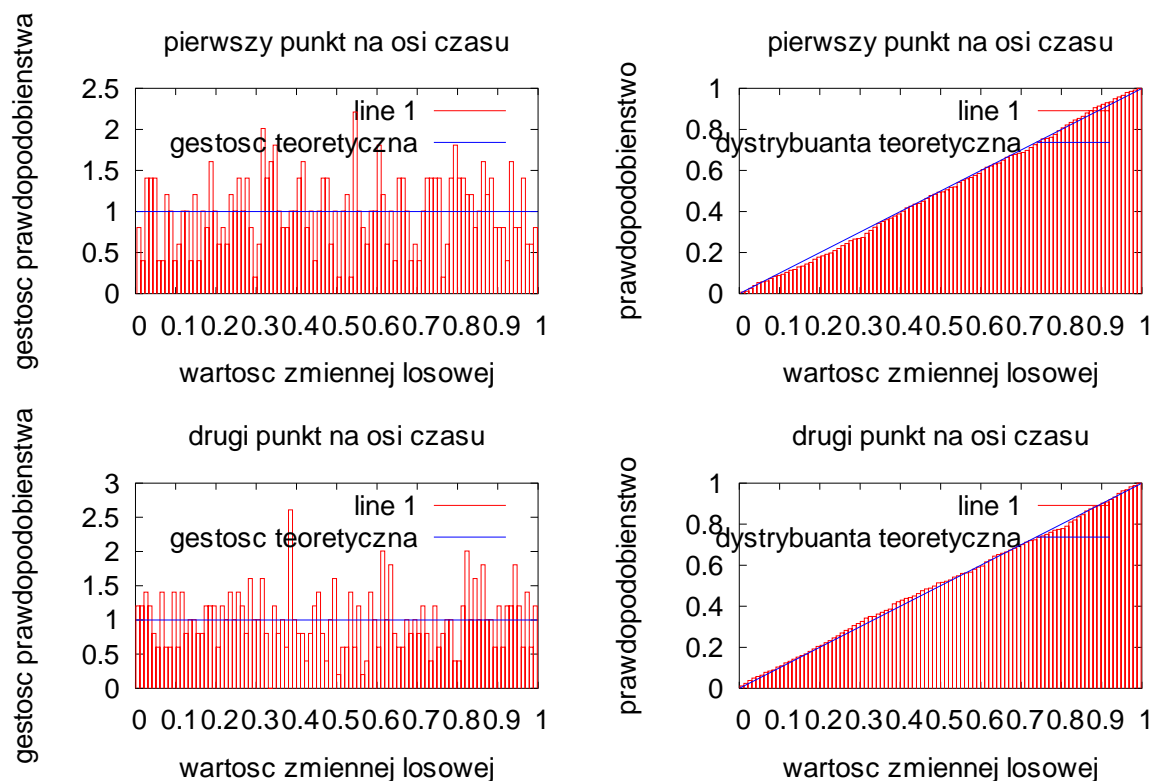
Rys. 13 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla szumu gaussowskiego i 10 przedziałów kreślenia histogramu (na podstawie wielu prób)



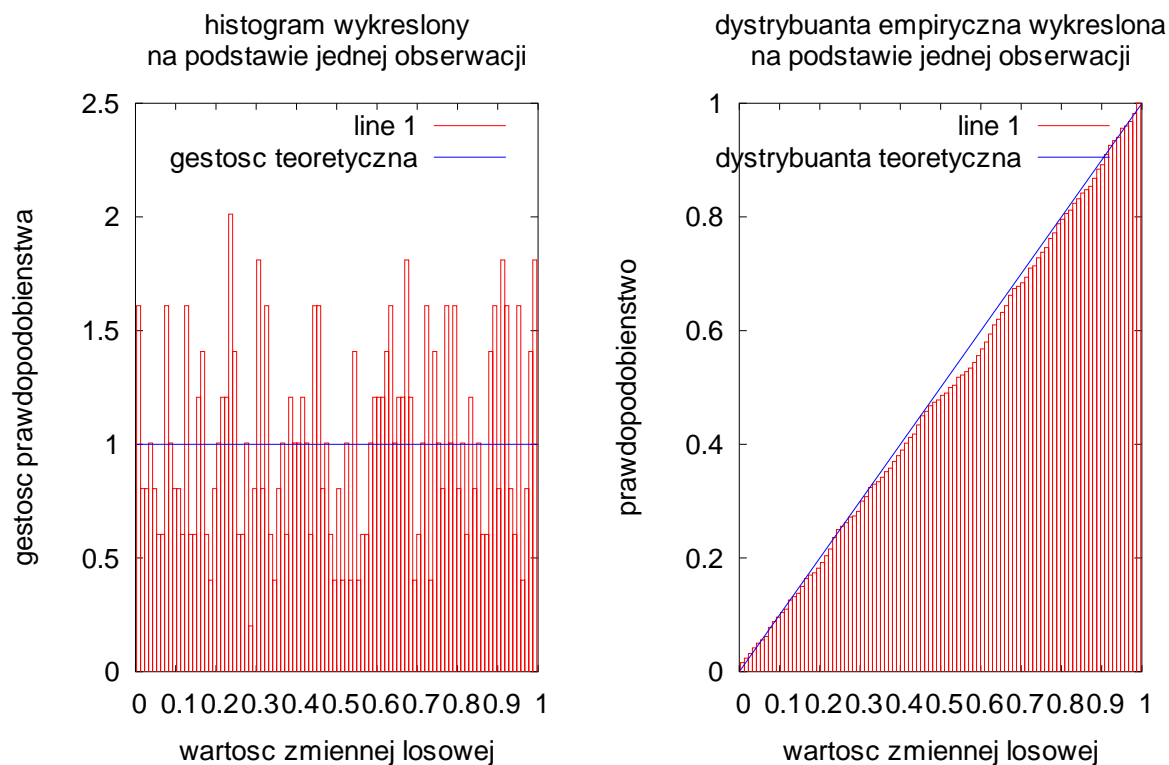
Rys. 14 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla szumu gaussowskiego i 10 przedziałów kreślenia histogramu (na podstawie jednej próby)



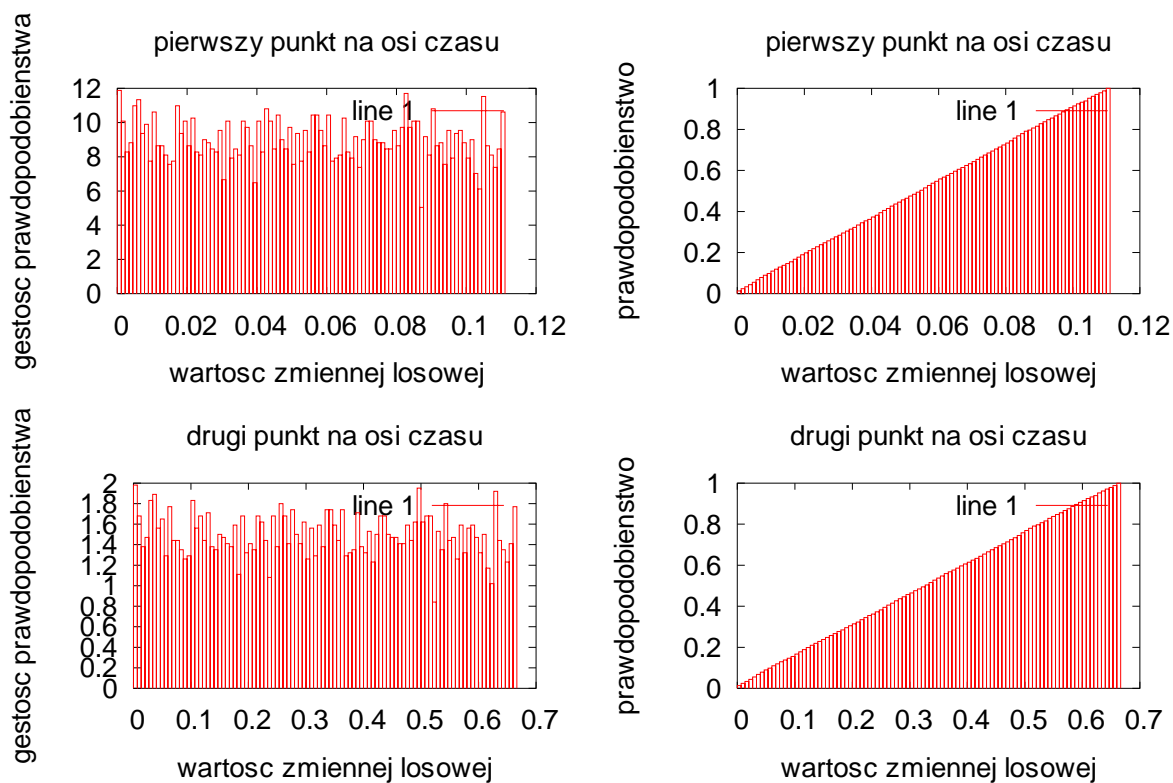
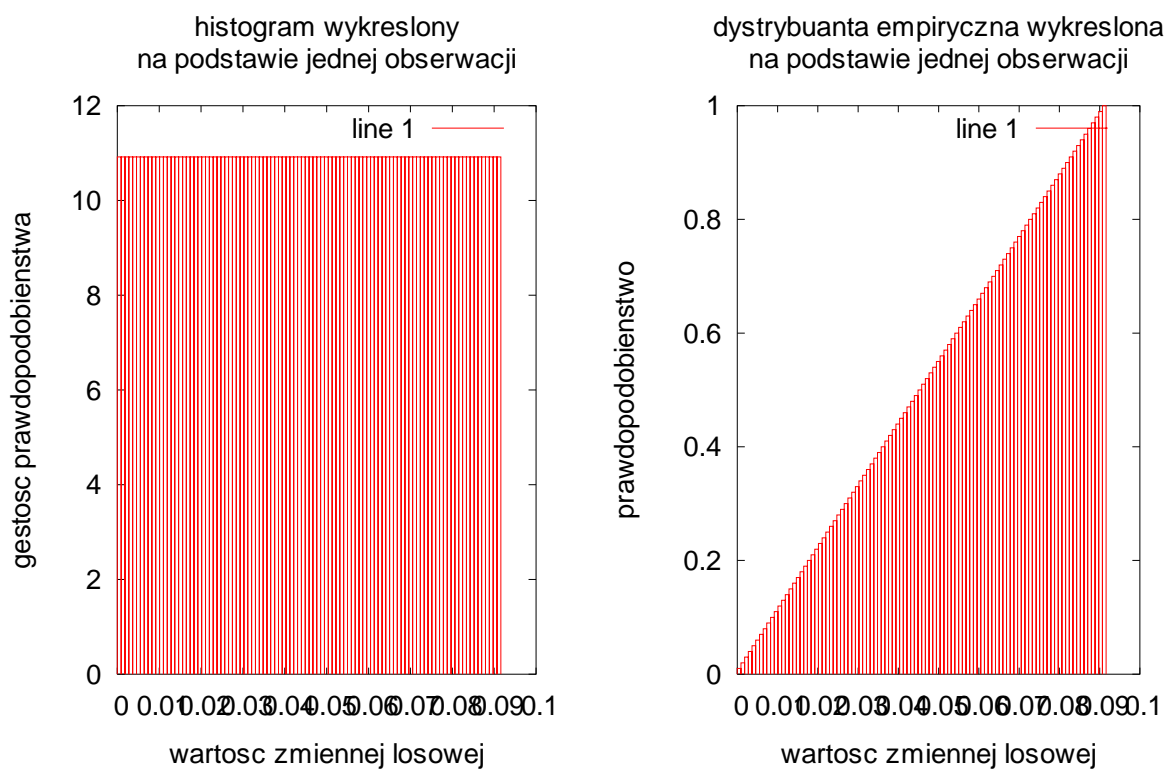
Rys. 15 Obserwacja szumu o rozkładzie jednostajnym



Rys. 16 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla szumu o rozkładzie jednostajnym i wielu obserwacji



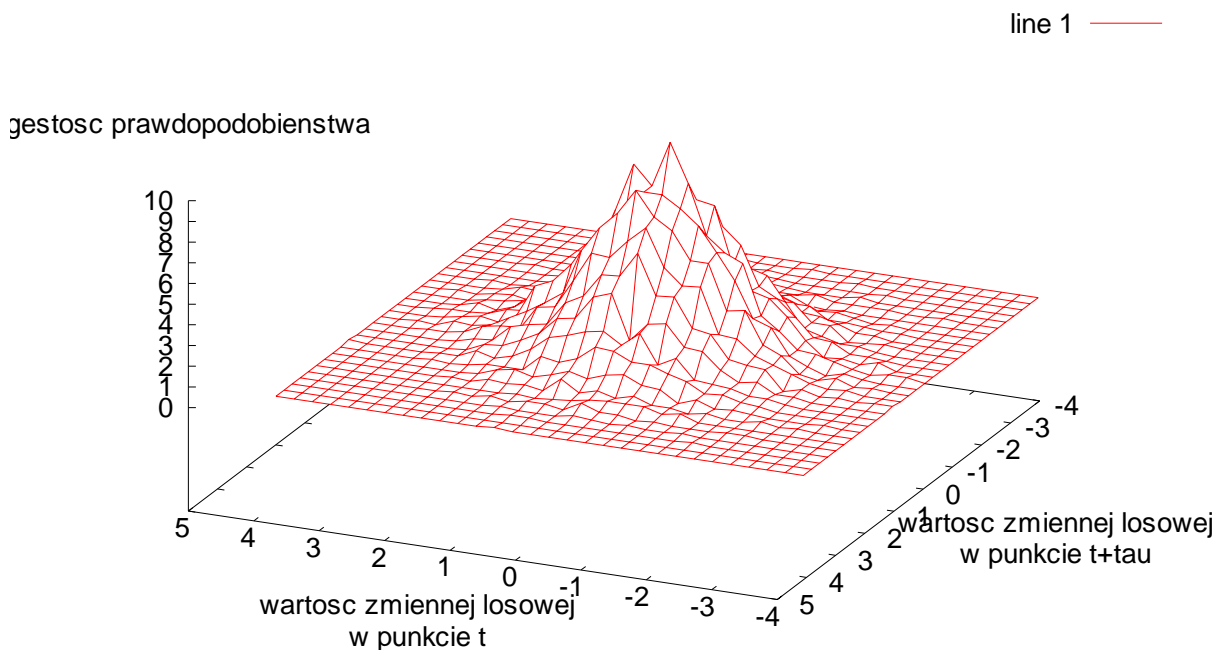
Rys. 17 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla szumu o rozkładzie jednostajnym i jednej obserwacji

Rys. 18 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla sygnału $y=at$ dla wielu obserwacjiRys. 19 Histogramy gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla sygnału $y=at$ i dla jednej obserwacji

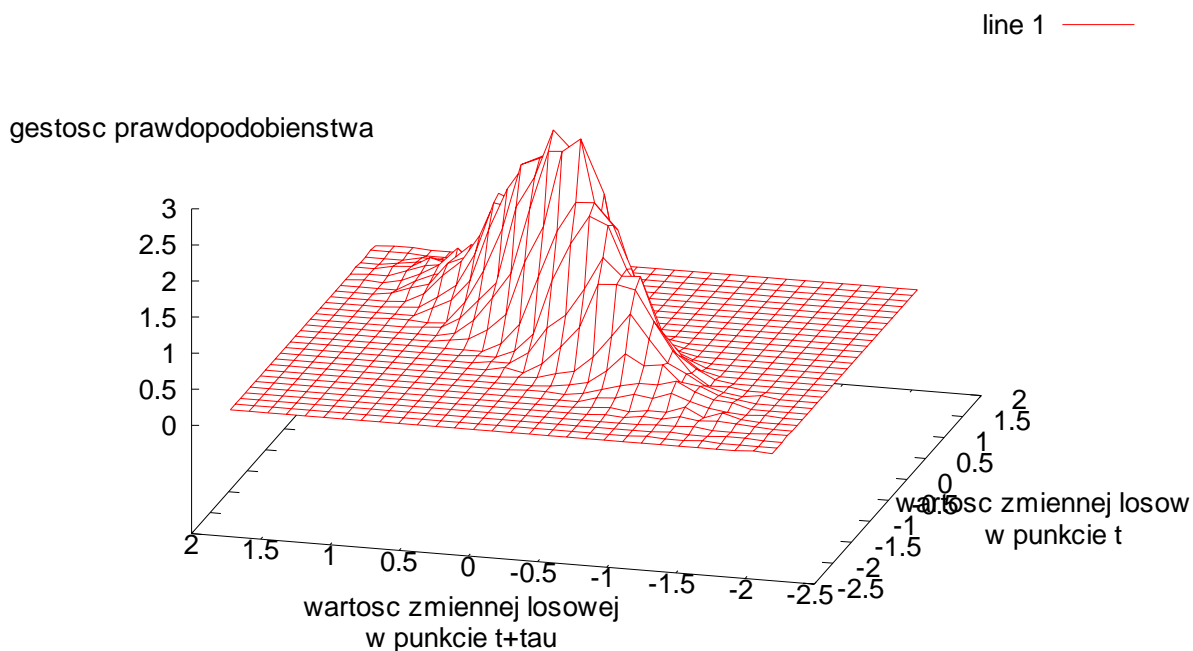
3. Łączny rozkład gęstości prawdopodobieństwa.

3.1. Szum gaussowski kolorowy

Wykorzystując skrypt `histogramy3.m` oraz wprowadzone w nim modyfikacje obserwowano łączny rozkład prawdopodobieństwa drugiego rzędu dla przykładowych sygnałów stacjonarnych. Wyniki obserwacji zamieszczono poniżej:



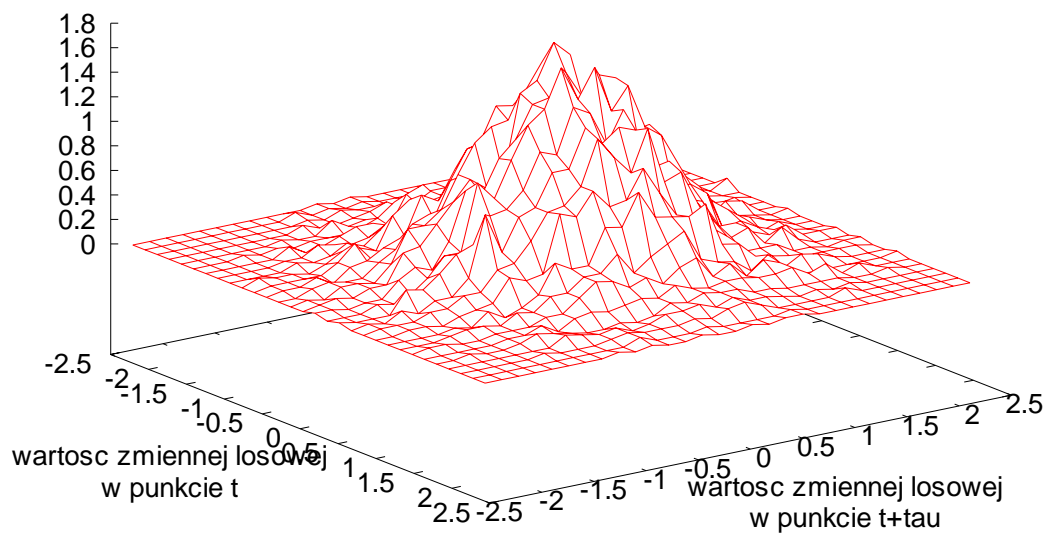
Rys. 20 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla szumu gaussowskiego bez filtracji



Rys. 21 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla sygnału odfiltrowanego dolnoprzepustowo ze współczynnikiem filtracji równym 0,7

stosc prawdopodobienstwa

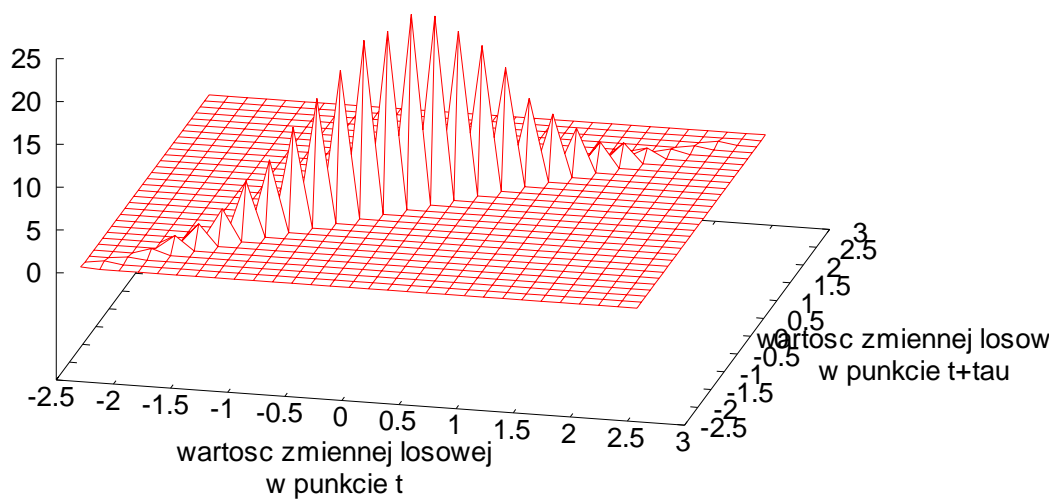
line 1 —



Rys. 22 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla $\tau=1000$

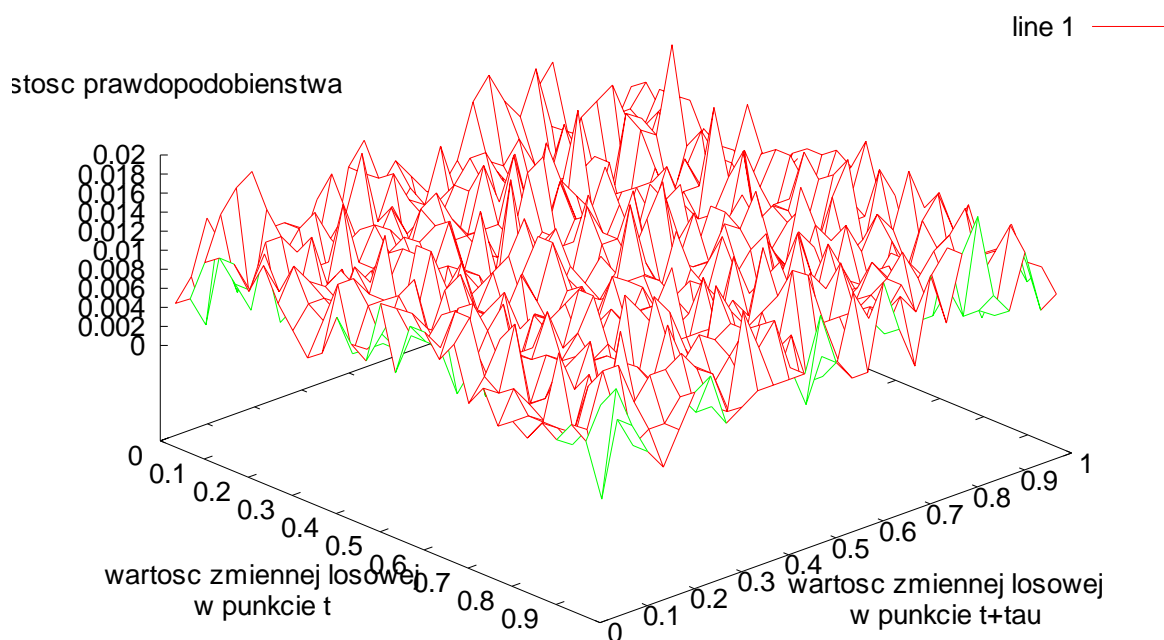
line 1 —

gestosc prawdopodobienstwa

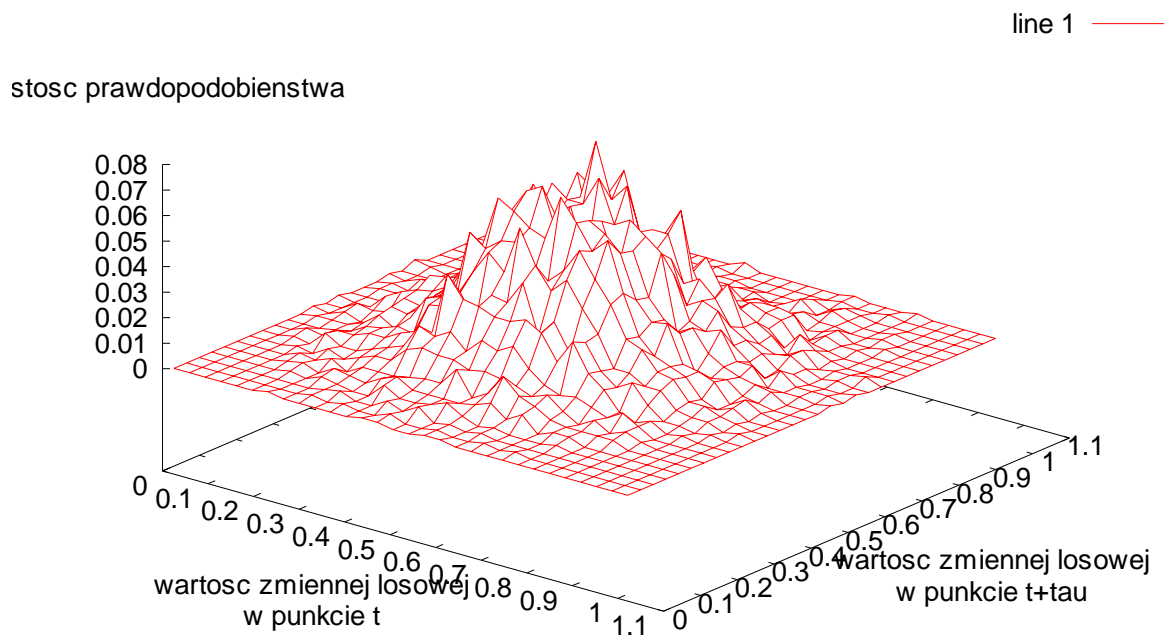


Rys. 23 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa zdegradowany ($\tau=0$)

3.2. Szum biały o rozkładzie jednostajnym

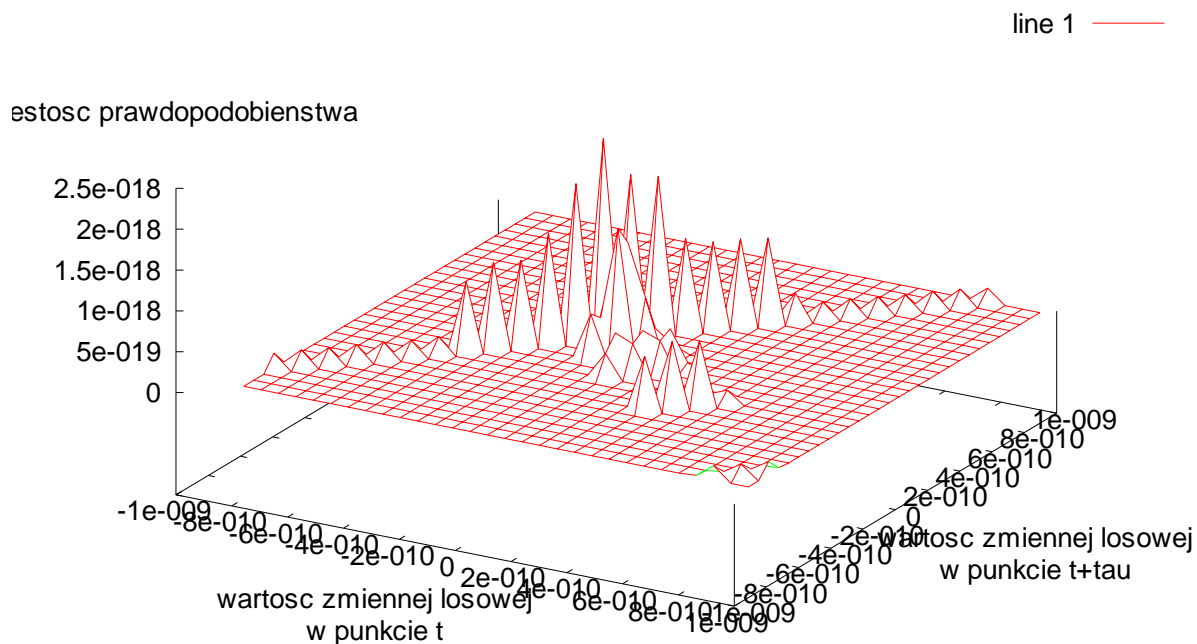
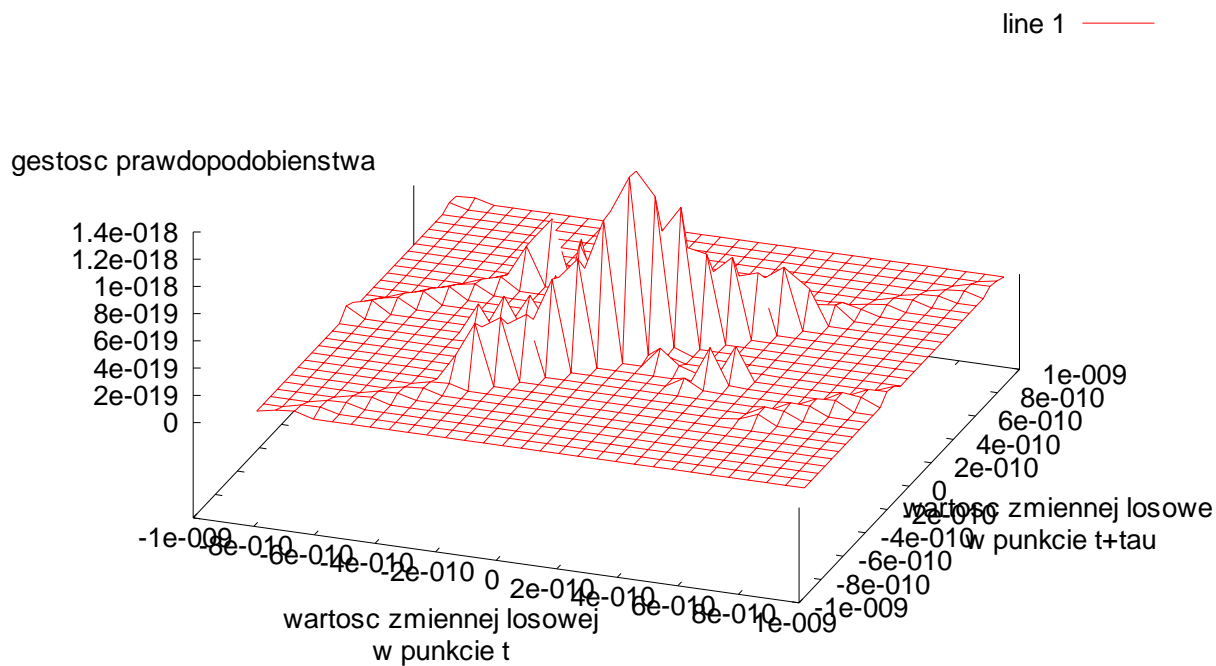


Rys. 24 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla szumu białego bez filtracji



Rys. 25 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla szumu białego odfiltrowanego dolnoprzepustowego z współczynnikiem filtracji 0,7

3.3. Sygnał sinusoidalny

Rys. 26 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla sygnału sinusoidalnego o częstotliwości $f_s=200\text{Hz}$ Rys. 27 Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla sygnału sinusoidalnego i $\tau=1000$

4. Rozkład prawdopodobieństwa sumy sygnałów

Gęstość prawdopodobieństwa sumy sygnałów jest równa splotowi gęstości prawdopodobieństw poszczególnych sygnałów składowych. Aby sprawdzić tą własność zmodyfikowano odpowiednio skrypt `histogramy2.m` tak aby było możliwe wykreślenie gęstości prawdopodobieństwa dla sumy sygnałów (rys. 28). Następnie aby sprawdzić przytoczoną na początku własność napisano skrypt, który wyznacza splot gęstości prawdopodobieństwa dwóch sygnałów. Najważniejsze jego fragmenty zamieszczono poniżej, a jego wynik na rys. 29.

```
n=100; %ilosc przedzialow
N=1000; %dlugosc obserwacji

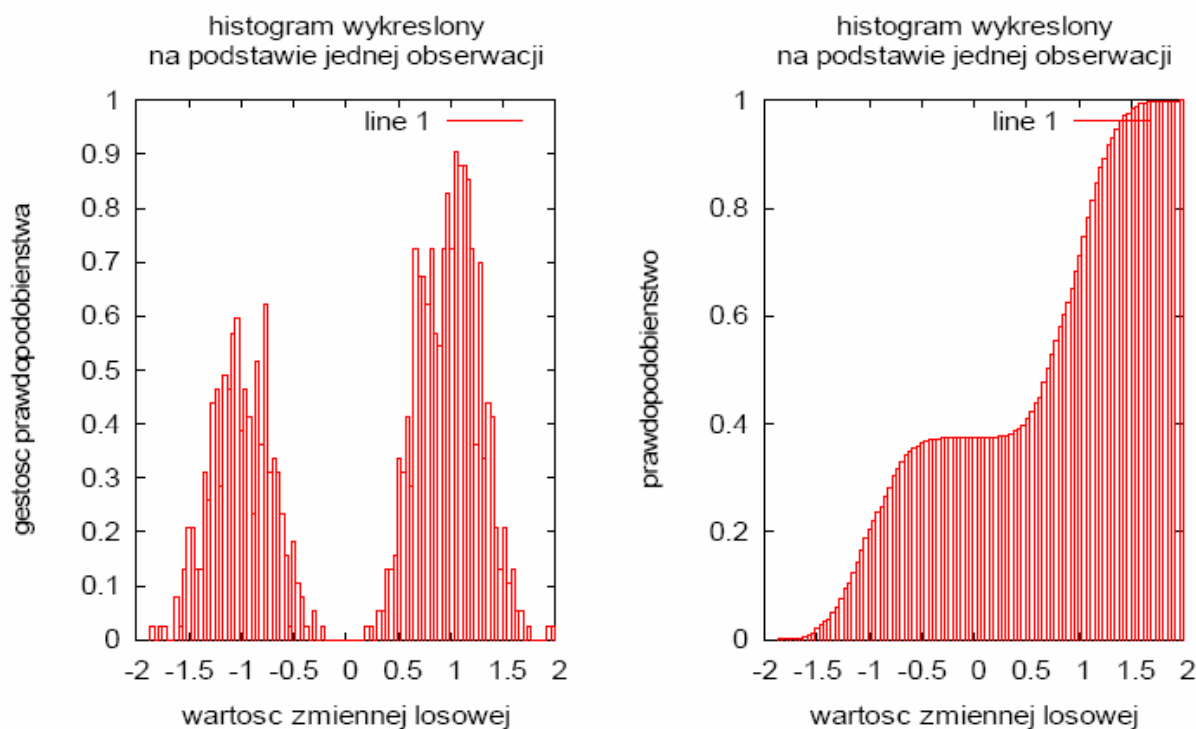
%generacja obserwacji
szum=randn(1,N); %szum gaussowski
x=szum/max(szum); %normalizacja szumu
[s,xx]=hist(x,n,n/(max(x)-min(x))); %obliczanie znormalizowanego histogramu

y=rect(N,8); %generacja sygnału prostokątnego
[p,yy]=hist(y,n,n/(max(y)-min(y))); %znormalizowany histogram

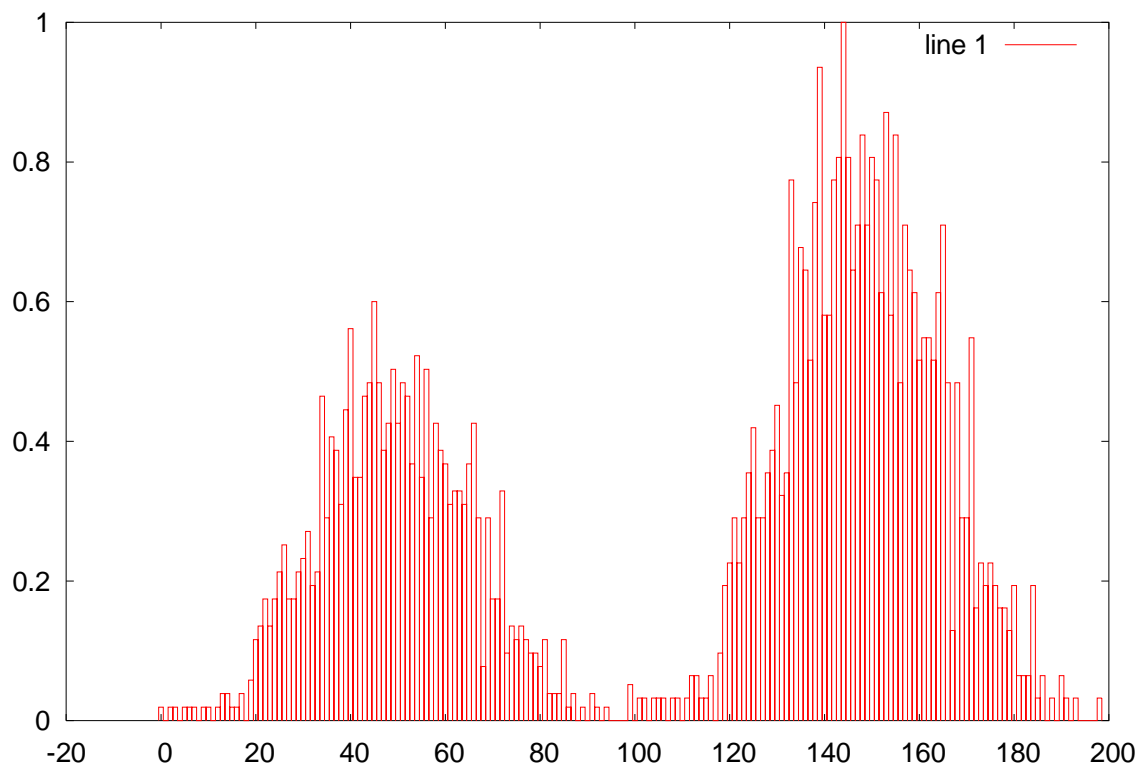
syg=conv(s,p); %splot

dlugosc=length(syg);
t=[0:dlugosc-1];

bar(t,syg); %wykreslenie histogramu
```



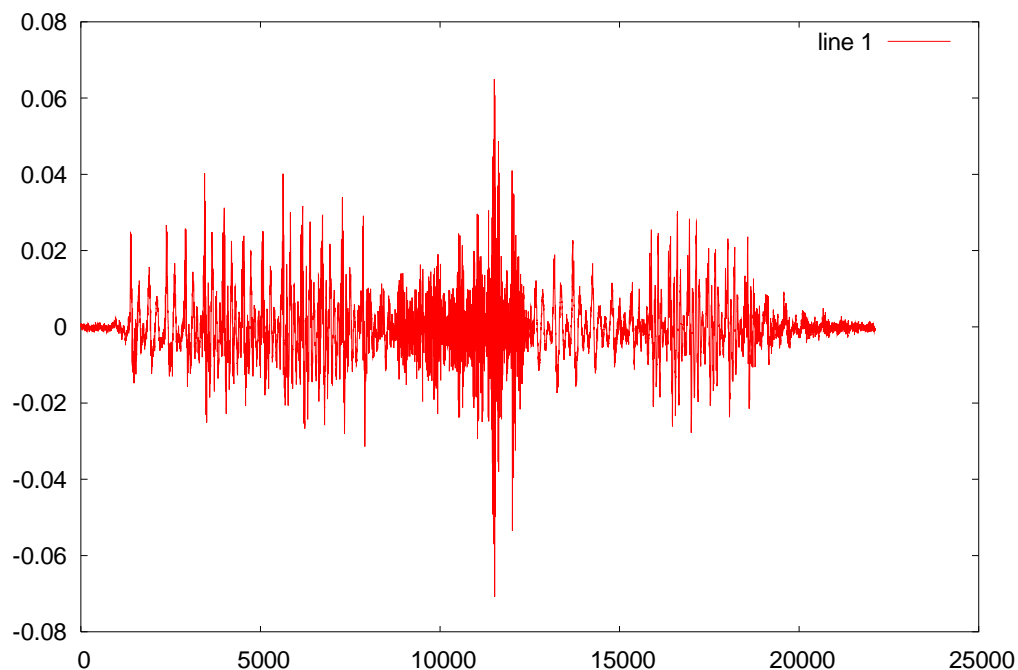
Rys. 28 Gęstość prawdopodobieństwa sumy sygnałów prostokątnego i szumu gaussowskiego



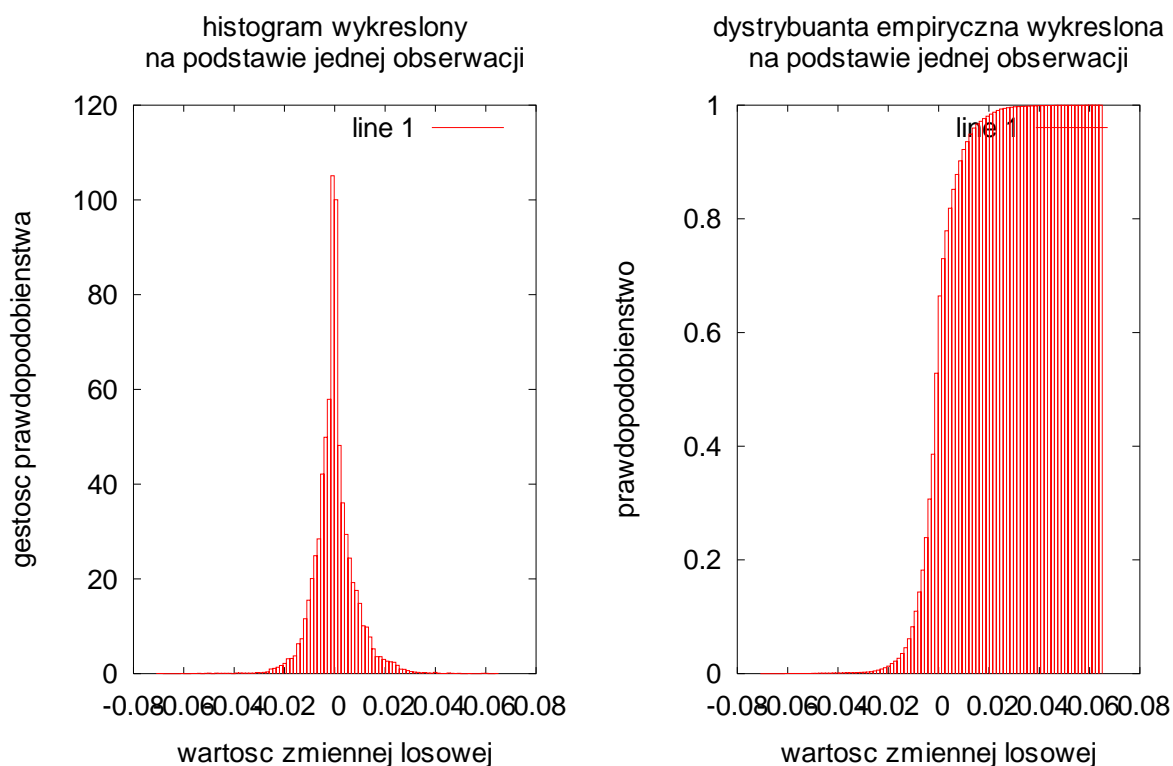
Rys. 29 Graficzna prezentacja splotu gęstości prawdopodobieństw dla sygnału prostokątnego i szumu gaussowskiego

5. Dystrybuanta i rozkład prawdopodobieństwa dla sygnału mowy.

Analizie poddano sygnał 'mwi06niezl.wav' dla którego wyznaczono dystrybuantę oraz rozkład gęstości prawdopodobieństwa.

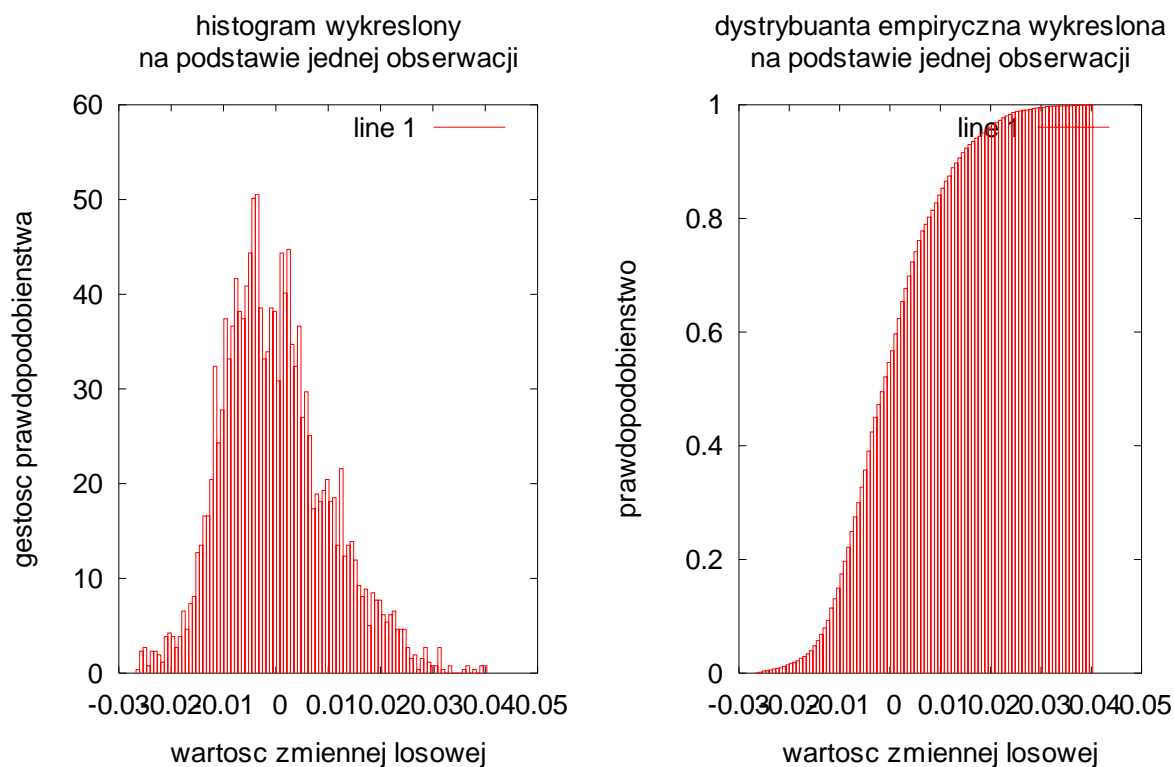


Rys. 30 Sygnał 'mwi06niezl.wav' poddawany analizie

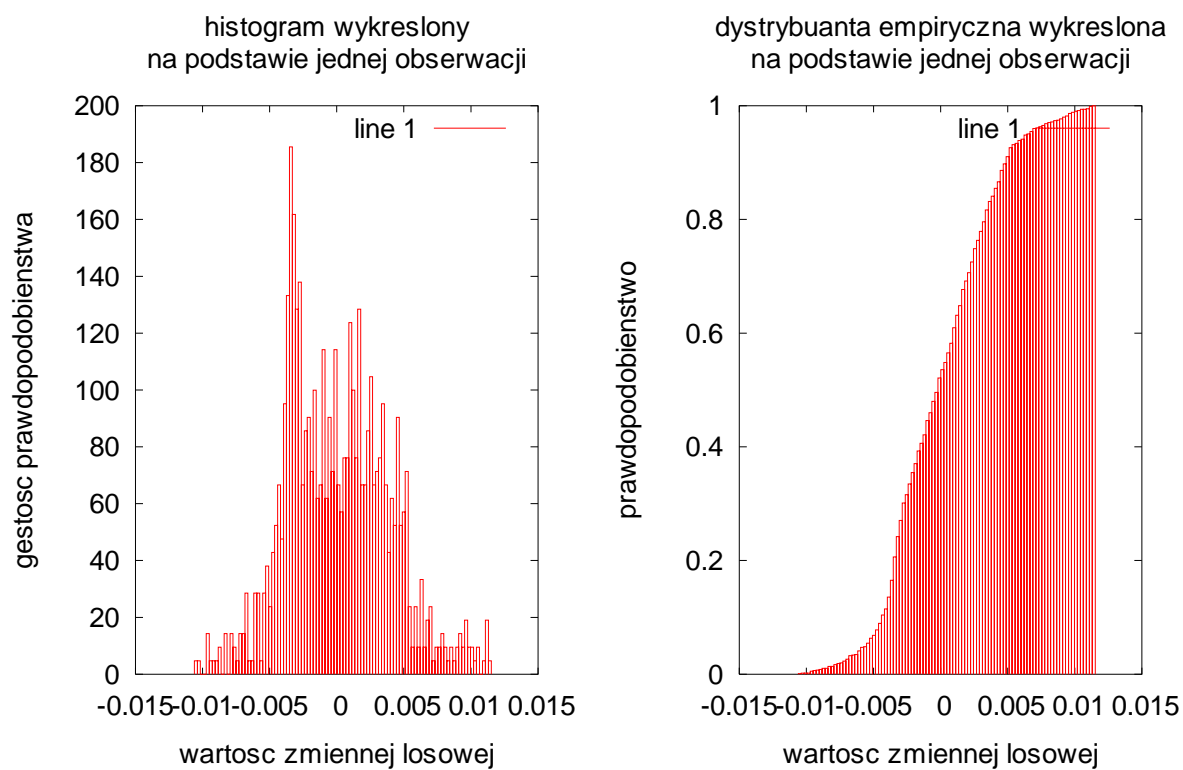


Rys. 31 Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta dla całego analizowanego sygnału

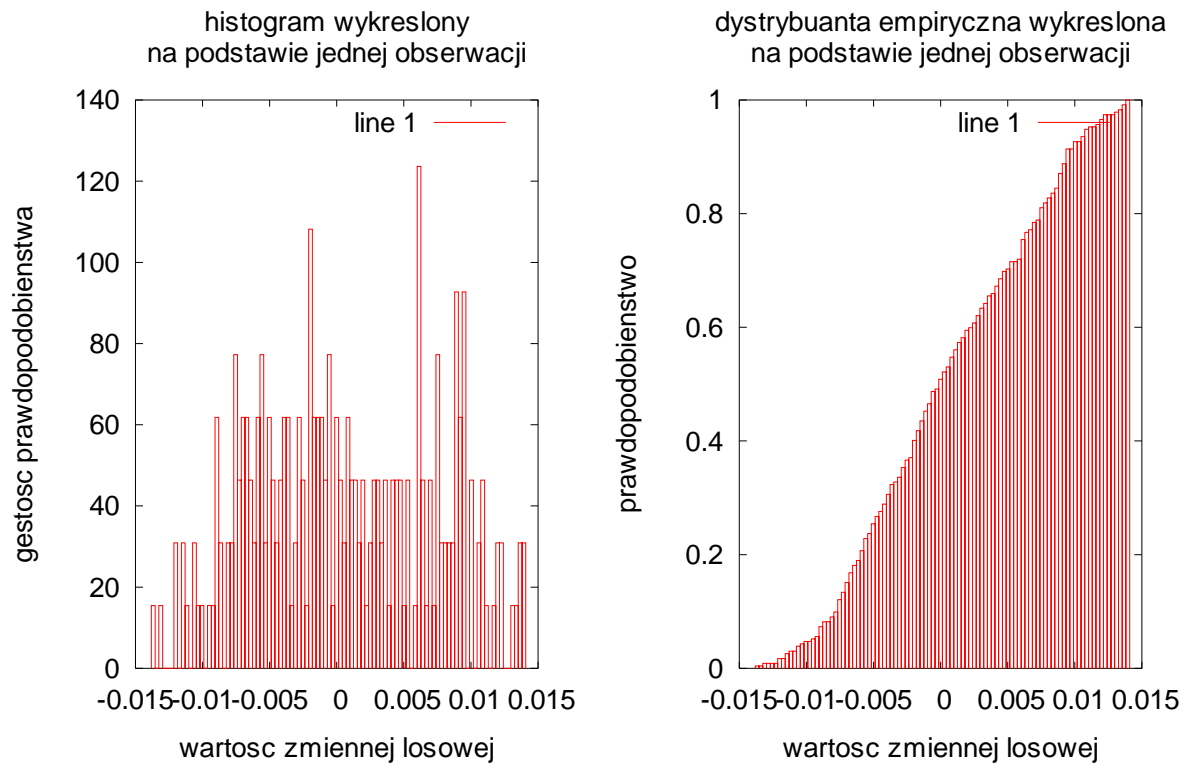
W analizowanym sygnale można wyróżnić fragmenty w przybliżeniu stacjonarne, dlatego też sygnał podzielono na odpowiednie części i przeprowadzono analizę dla każdej z tych części. Poniżej zamieszczono ilustrację graficzną gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanty dla wybranych, nie koniecznie stacjonarnych fragmentów analizowanego sygnału mowy. Fragmenty te różnią się od siebie znacznie; wszystko zależy od przyjętego fragmentu sygnału.



Rys. 32 Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta dla I-go fragmentu: próbki 3392-7262



Rys. 33 Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta dla II-go fragmentu: próbki 14382-15331



Rys. 34 Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta dla III-go fragmentu: próbki 8810-9041

6. Wnioski.

Wyznaczona graficznie gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta różnią się od swoich teoretycznych odpowiedników; wpływ na to ma wiele czynników wyznaczania histogramów. Zbyt mała liczba przedziałów wyznaczania histogramów powoduje znaczące błędy; również zbyt krótki okres obserwacji prowadzi do zniekształceń. Zmiana punktów obserwacji na osi czasu nie wpływa na gęstość prawdopodobieństwa ani na dystrybuantę; prowadzi to do wniosku, że badane sygnały są sygnałami stacjonarnymi. Wykreślona na podstawie jednej obserwacji gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta pokrywają się z wykreślonymi na podstawie wielu obserwacji; na tej podstawie możemy wysnuć wniosek, że badane sygnały są sygnałami ergodycznymi. Wyjątek stanowi tu sygnał $y(t)=\alpha t$, dla którego w różnych chwilach czasu mamy taką samą dystrybuantę, natomiast gęstości prawdopodobieństwa są różne, co świadczy o tym, że sygnał ten nie jest stacjonarny. Ponadto przy jednej realizacji otrzymujemy stały liniowy rozkład prawdopodobieństwa; stąd wniosek, że sygnał nie jest ergodyczny.

Zastosowanie filtracji dolnoprzepustowej powoduje zmniejszenie wartości maksymalnej gęstości prawdopodobieństwa dla danego sygnału. Zwiększanie wartości współczynnika czasowego τ powoduje zmniejszenie wartości maksymalnej gęstości prawdopodobieństwa oraz zwiększa się szerokość graficznej ilustracji rozkładu prawdopodobieństwa. W przypadku gęstości zdegradowanej ($\tau=0$) szerokość ta jest najmniejsza, a wartość maksymalna gęstości prawdopodobieństwa maksymalna, jaką można osiągnąć. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla szumu białego o rozkładzie jednostajnym jest równomierny w całym obszarze obserwacji. Po filtracji dolnoprzepustowej rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla szumu białego jednostajnego zaczyna przypominać rozkład prawdopodobieństwa szumu gaussowskiego.

Splot gęstości prawdopodobieństwa wskazuje duże podobieństwo do gęstości prawdopodobieństwa sumy tych sygnałów; w granicach niepewności związanych z przybliżeniami obliczeniowymi możemy stwierdzić, że jest taki sam.